Universität Tübingen

Physikalisches Praktikum II

$\mu W$

# Mikrowellen

*Von:*
Fabian Kraus
Simon Fischer

*Betreuung:*
K. Strobel

10. Dezember 2021

## Inhalt

**1 Motivation und Zielsetzung** **1**

**2 Physikalische Grundlagen** **2**

**3 Versuchsbeschreibung & -Durchführung** **4**

**4 Ergebnisse & Auswertung** **5**

4.1 Vorbereitungen . . . . . 5

4.2 Bestimmung der Sendekeule . . . . . 5

4.3 Bestimmung der Wellenlänge nach Wienerart . . . . . 5

4.4 Wellenlänge auf einer Lecherleitung . . . . . 6

# 1 Motivation und Zielsetzung

Im heutigen Versuch werden die Wellenläange von Mikrowellen bestimmt und eine Lecherleitung untersucht. Des Weiteren wird näher betrachtet, welche Materialien eine Auswirkung auf elektromagnetische Wellen haben.

# 2 Physikalische Grundlagen

Eine Lecherleitung (auch Doppelleitung) besteht im Wesentlichen aus zwei parallel verlaufenden Leitern. Man kann sie sich als Aneinanderreihung vieler kleiner Spulen (die einzelnen Leiter) und Kondensatoren (der Zwischenraum zwischen den Leitern), also als Aneinanderreihung von *Schwingkreisen* vorstellen. Auch ein Koaxialkabel ist eine Lecherleitung, wobei um einen Innenleiter herum zylindrisch ein geschlossener Außenleiter liegt. Anhand folgender Skizze sollen die Differenzialgleichungen für Strom und Spannung hergeleitet werden in Abhängigkeit des Kapazitätsbelag $C' = \frac{C}{l}$ und des Induktivitätstsbelags $L' = \frac{L}{l}$, unter der Annahme verschwindender Widerstände und Leitwerte. Wendet man die Maschenregel auf den orange markierten Kreis an, so erhalt man für die

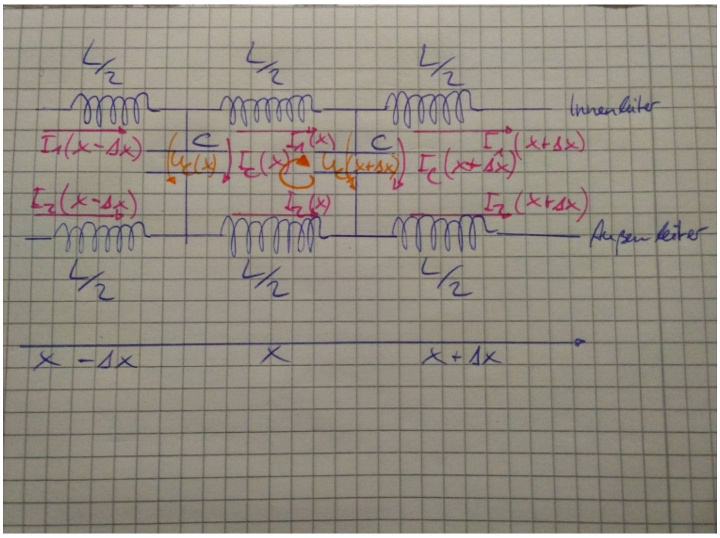


Abbildung 1: Lecherleitung

Spannungen:

$$-\frac{L}{2}\dot{I}_2(x) - U_C(x) + \frac{L}{2}\dot{I}_1(x) + U_C(x+\Delta x) = 0. \tag{1}$$

Da die Ströme in Innen- und Außenleiter in gegensatzliche Richtung laufen gilt $I_1 = -I_2 = I$. Damit lässt sich obige Gleichung vereinfachen zu

$$U_C(x+\Delta x) - U_C(x) = -\,L\dot{I}(x) = -L'\Delta x\dot{I}(x) \tag{2}$$

$$\longrightarrow \frac{U_C(x+\Delta x) - U_C(x)}{\Delta x} = -\,L'\frac{\partial I}{\partial t} \tag{3}$$

Wenn man nun den Grenzübergang macht und $\Delta x$ gegen Null gehen lässt, so erhält man folgende partielle Differenzialgleichung:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -L'\frac{\partial I}{\partial t}. \tag{4}$$

Mit der Knotenregel lasst sich eine weitere Differentialgleichung herleiten. Es gilt:

$$I_1(x) = I_1(x+\Delta x) + C\dot{U}_C(x+\Delta x) \tag{5}$$

$$\rightarrow I_1(x+\Delta x) - I_1(x) = -\,C'\Delta x\dot{U}_C(x+\Delta x). \tag{6}$$

Wie vorhin lässt sich daraus der Grenzübergang in eine PDE umwandeln:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C'\frac{\partial U}{\partial t}. \tag{7}$$

Wendet man eine partielle Ortsableitung auf diese beiden Dierenzialgleichungen an, so erhält man die Wellengleichungen fur die Lecherleitung, auch Telegraphengleichungen genannt

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -L'\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial t} = -\,L'\frac{\partial^2 I}{\partial t \partial x} = L'C'\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L'C'\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}. \tag{9}$$

Als Lösungsansatz wählt man die ebene Welle je für den Strom und die Spannung

$$U_\pm(x,t) = U_\pm \cos(kx \mp \omega t);\; I_\pm(x,t) = I_\pm \cos(kx \mp \omega t). \tag{10}$$

Durch Einsetzen in die Gleichung (4) erhält man den Wellenwiderstand $Z$ als

$$Z = \frac{U_+}{I_+} = L'\frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}. \tag{11}$$

Durch Einsetzen des Ansatzes in die Telegraphengleichungen erhält man außerdem

$$\frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{1}{L'C'}}, \tag{12}$$

was im allgemeinen Fall die Lösung der Telegraphengleichungen als eine Überlagerung von fortlaufender und rücklaufender Welle, also

$$U(x,t) = U_+ \cos(kx - \omega t) + U_- \cos(kx + \omega t) \tag{13}$$

$$I(x,t) = I_+ \cos(kx - \omega t) + I_- \cos(kx + \omega t) \tag{14}$$

$$\tag{15}$$

Das Verhältnis $r = \frac{U_-}{U_+}$ ist die sog. Reflexivität. Sie ist abhängig davon, was als Abschlußwiderstand gewählt wird, d.h. ob es ein offenes oder ein geschlossenes Ende gibt. Mit offenem Ende $R = \infty$. $r = 1$ und mit $U_+ = U_- = U_0$ erhalten wir

$$U(x,t) = 2U_0 \cos(kx)\cos(\omega t) \tag{16}$$

$$I(x,t) = 2\frac{I_0}{Z}\sin(kx)\sin(\omega t). \tag{17}$$

$$\tag{18}$$

Es handelt sich also jeweils um stehende Wellen fur Strom und Spannung mit Bäuchen und Knoten, welche um $\frac{pi}{2}$ phasenverschoben sind. Der zweite, interessante Fall ist der, wenn ein Kurzschluss bzw. ein festes Ende auftritt, d.h. $r = 0$, $r = -1$. Dies führt auf

$$U(x,t) = 2U_0 \sin(kx)\sin(\omega t) \tag{19}$$

$$I(x,t) = 2\frac{U_0}{Z}\cos(kx)\cos(\omega t) \tag{20}$$

Es sind also wieder stehende Wellen, mit dem Unterschied, nur mit verschobenen Bäuchen und Knoten. Der letzte Fall ist die fortlaufende Welle mit $r = 0$ und $U_- = 0$, was uns auf

$$U(x,t) = U_+ \cos(kx - \omega t) \tag{21}$$

$$U(x,t) = \frac{U_+}{Z}\cos(kx - \omega t) \tag{22}$$

$$\tag{23}$$

führt, damit existiert also jeweils nur der Teil der Lösung, welcher sich in die positive $x$-Richtung ausbreitet.

# 3 Versuchsbeschreibung & -Durchführung

Der Versuch besteht aus einer Gunn-Diode die Mikrowellen aussendet und eine Empfangerdiode. Beide Bauteile sind auf einer Schiene, die abgeknickt werden kann, montiert. Als erstes wird die Sendekeule der Gunn-Diode vermessen, dazu wird vom Lot (0) weg in 5 Schritten bis hierzu 50 die Intensität in Form einer Spannung gemessen. Als nächstes wird mittels einer Metallplatte eine stehende Welle erzeugt und die Minima durch verschieben der Empfäangerdiode bestimmt. Hier wird ein Verlauf der Intensität aufgezeichnet, dazu wird von einem ersten Minimum ausgehend in 3mm-Schritten die Spannung notiert. Es wird gemessen bis vier Minima verzeichnet sind. Als letztes wird noch die Lecherleitung in einem Winkel eingebracht in dem praktisch kein Störsignal mehr vorhanden ist, hier wird mit der Empfängerdiode entlanggefahren und je drei Mal vier Minima bestimmt. Als weitere Überprufung wird noch die Polarisation der Mikrowellen mittels eines Gitters untersucht. Weiter wird ein Hohlleiter und eine Linseäus Sand und der Einfluss einer Holzwand untersucht.

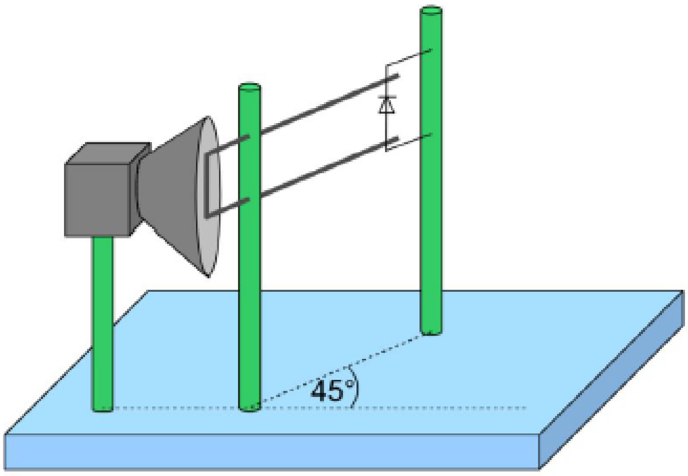


Abbildung 2: Aufbau beim Versuch mit der Lecherleitung

# 4 Ergebnisse & Auswertung

## 4.1 Vorbereitungen

Die Polarisation lässt sich mit dem Gitter nachweisen, die Wellen waren senkrecht polarisiert. Das Umlenken des Singals durch einen Hohleiter konnte ebenso nahezu verlustfrei durchgeführt werden.

## 4.2 Bestimmung der Sendekeule

Die Messdaten ergeben folgende Sendekeule. Es ist deutlich zu erkennen, dass er Wert bei 0 nicht richtig gemessen wurde, da dieser eigentlich eine höhere Spannung aufweisen sollte. Außerdem sind die erwarteten Nebenmaxima nicht sehr ausgeprägt, jedoch erkennbar. Die Intensitätskurve nimmt wie zu erwarten mit zunehmendem Winkel ab.

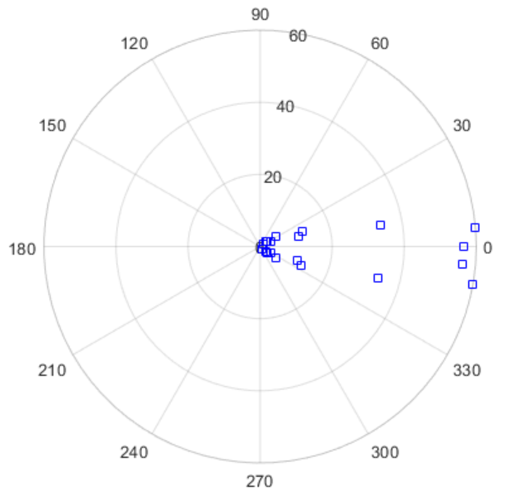


Abbildung 3: Sendekeule

Die Halbwertsbreite ist per Augenmaß abzulesen und beläuft sich auf etwa 7.

## 4.3 Bestimmung der Wellenlänge nach Wienerart

Der Abstand der Minima beträgt genau $\frac{\lambda}{2}$. Die berechneten, doppelten Abstände der Minima, welche

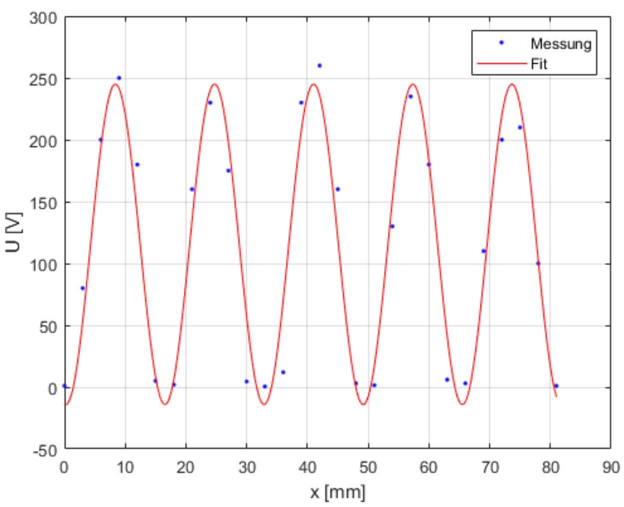


Abbildung 4: Intensitätsverteilung

der Wellenlänge entsprechen, betragen im Mittel

$$\lambda = 3.256\text{cm}. \tag{24}$$

Trotz offensichtlicher Messungenauigkeiten, konnte eine Standardabweichung aufgrund der geringen Dichte der Messpunkte nicht ermittelt werden.

## 4.4 Wellenlänge auf einer Lecherleitung

Die Messungen ergeben folgende Daten, wobei jede Zeile dem jeweiligen Maximum von $U \propto |E|^2$ entspricht.

| 1. Messung: Abstand cm | 2. Messung: Abstand cm | 3. Messung: Abstand cm |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1.8 | 1.8 | 1.7 |
| 3.4 | 3.5 | 3.5 |
| 5.1 | 5 | 5 |
| 6.7 | 6.7 | 6.6 |

Tabelle 1: Messungen

Eine Mittlung der drei Werte in einer Zeile ergibt folgende Werte mit ihrer Standardabweichung

| Abstand cm $\pm\, \sigma$ |
|---|
| $0 \pm 0$ |
| $1.77 \pm 0.06$ |
| $3.47 \pm 0.06$ |
| $5.03 \pm 0.06$ |
| $6.67 \pm 0.06$ |

Tabelle 2: Mittlung

Da Maxima und Minima in den Daten ununterscheidbar sind, lässt sich die halbe Wellenlänge berechnen durch den Abstand zwischen Zeile 1 und Zeile 3, Zeile 3 und Zeile 6, sowie über den Abstand von Zeile 2 und 4. Dieser Wert wird gemittelt, die Fehler addiert und in den SME eingesetzt. Als Resultat für $\lambda$ erhält man dann

$$\lambda \approx (3.31 \pm 0.11)\text{cm}, \tag{25}$$

was nahe an (24) liegt. Wenn man nun das Ende der Lecherleitung verbindet, ist das Ende nicht mehr offen sonder geschlossen und man hat nun am Ende einen Knoten, wodurch sich alle Punkte um 90 in ihrer Phase verschieben. Das hat zur Folge, dass an den Stellen an welchen zuvor ein Bauch war nun ein Minimum ist, und vice versa. Durch Verschrieben des Metallstücks, welche eine Potentialbarriere darstellt, verschieben sich die Maxima und Minima der stehenden Welle.